全品
SINCE 1992
教育图书 功能学具 学生之家
基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学6 | 选择性必修第二册 RJA

主 编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录

第四章 数列

4.1 数列的概念 001

第 1 课时 数列的概念与通项公式 001

第 2 课时 数列的递推公式与前 n 项和 003

4.2 等差数列 005

4.2.1 等差数列的概念 005

第 1 课时 等差数列的概念与通项公式 005

第 2 课时 等差数列的性质与应用 007

4.2.2 等差数列的前 n 项和公式 009

第 1 课时 等差数列的前 n 项和公式与性质 009

第 2 课时 等差数列前 n 项和的最值与实际应用 011

滚动习题（一）［范围：4.1～4.2］ 013

4.3 等比数列 015

4.3.1 等比数列的概念 015

第 1 课时 等比数列的概念与通项公式 015

第 2 课时 等比数列的性质与应用 017

第 3 课时 等差、等比数列的综合应用 019

4.3.2 等比数列的前 n 项和公式 021

第 1 课时 等比数列的前 n 项和公式 021

第 2 课时 等比数列的前 n 项和的性质与应用 023

滚动习题（二）［范围：4.2～4.3］ 025

专项突破练一 已知数列的前 n 项和（积）求通项公式 027

专项突破练二 数列求通项问题 029

进阶手册

易错易混 数列与集合的关键区别 / 进 01

方法解读 1 利用数列的周期性求数列的项 / 进 02

方法解读 2 利用数列的单调性求参数 / 进 02

方法解读 3 求数列通项公式的方法 / 进 03

教材拓展 斐波那契数列 / 进 04

易错易混 混淆数列与函数 / 进 05

方法解读 1 方程思想之基本量运算 / 进 06

方法解读 2 等差数列的判定 / 进 07

方法解读 3 等差数列性质的应用 / 进 09

方法解读 4 等差数列的实际应用 / 进 09

教材拓展 倒序相加法求和与裂项相消法求和 / 进 10

易错易混 1 等比中项的误用 / 进 11

易错易混 2 求和时忽略公比 $q=1$ 的情形 / 进 12

易错易混 3 实际问题中的项数或单位错误 / 进 13

方法解读 1 方程思想之基本量运算 / 进 13

方法解读 2 等比数列性质的应用 / 进 14

方法解读 3 数列求和的方法 / 进 15

方法解读 4 等差、等比数列的综合 / 进 16

教材拓展 数列与函数、不等式的交汇 / 进 17

专项突破练三　数列求和问题（一）　031
专项突破练四　数列求和问题（二）　033
4.4*　数学归纳法　035
专项突破练五　数列的综合问题　037
重点强化练一　等差数列与等比数列　039
重点强化练二　数列的单调性与最值　041
重点强化练三　数列在实际中的应用问题　043
单元素养测评卷（一）A　［范围：第四章］　045
单元素养测评卷（一）B　［范围：第四章］　049

第五章　一元函数的导数及其应用

5.1　导数的概念及其意义　053
5.1.1　变化率问题　053
5.1.2　导数的概念及其几何意义　055
第 1 课时　导数的概念　055
第 2 课时　导数的几何意义　057
5.2　导数的运算　059
5.2.1　基本初等函数的导数　059
5.2.2　导数的四则运算法则　061
5.2.3　简单复合函数的导数　063
滚动习题（三）［范围：5.1～5.2］　065
5.3　导数在研究函数中的应用　067
5.3.1　函数的单调性　067
第 1 课时　函数的单调性　067
第 2 课时　函数单调性的综合问题　069
5.3.2　函数的极值与最大(小)值　071
第 1 课时　函数的极值与导数　071
第 2 课时　函数的最大(小)值与导数　073

进阶手册

易错易混　数学归纳法的概念/ 进 19
方法解读 1　数学归纳法之等式证明/ 进 20
方法解读 2　数学归纳法之不等式证明/ 进 21
方法解读 3　数学归纳法之整除问题证明/ 进 22
教材拓展　数列中的归纳——猜想——证明/ 进 22

易错易混 1　平均速度与瞬时速度、平均变化率与瞬时变化率/ 进 24
易错易混 2　导数概念的理解/ 进 24
易错易混 3　导数几何意义的理解/ 进 25
方法解读 1　导数概念之瞬时速度/ 进 26
方法解读 2　导数定义中极限的计算/ 进 26
方法解读 3　导数在实际问题中的意义/ 进 27
教材拓展　求曲线的切线方程/ 进 27

易错易混 1　基本初等函数的导数公式/进 29
易错易混 2　复合函数求导/进 29
方法解读 1　函数在某一点处的导数/ 进 30
方法解读 2　抽象函数的导数/ 进 30
教材拓展 1　公切线问题/ 进 31
教材拓展 2　用导数求方程近似解之牛顿法/ 进 32

第 3 课时　函数的零点与导数　075

第 4 课时　导数在实际问题中的应用　077

滚动习题（四）［范围：5.3］　079

专项突破练六　三次函数的图象与性质　081

专项突破练七　导数中的切线问题　083

专项突破练八　六大经典函数　086

专项突破练九　导数中的隐零点问题　089

专项突破练十　导数中的双参数问题的处理方法　091

重点强化练四　导数的运算　093

重点强化练五　利用导数研究恒成立与有解问题　095

重点强化练六　利用导数研究不等式问题　097

重点强化练七　利用导数研究方程的根（或函数的零点）　099

重点强化练八　导数与三角函数综合问题　101

单元素养测评卷（二）A　［范围：第五章］　103

单元素养测评卷（二）B　［范围：第五章］　107

模块素养测评卷　［范围：全书内容］　111

进阶手册

易错易混 1　用充分、必要条件诠释导数与函数单调性的关系 / 进 34

易错易混 2　求单调区间时，忽视函数的定义域 / 进 35

易错易混 3　混淆“函数的单调区间”与“函数在区间上单调” / 进 35

易错易混 4　混淆“函数的极值点”与“导数的零点” / 进 36

方法解读 1　分类讨论之含参函数的单调性 / 进 36

方法解读 2　构造法之单调性比较大小 / 进 37

方法解读 3　构造法之单调性解不等式 / 进 38

方法解读 4　含参函数的极值与最值 / 进 39

方法解读 5　利用导数证明不等式 / 进 39

方法解读 6　不等式能成立与恒成立问题 / 进 41

教材拓展 1　利用导数研究函数的零点、方程的根 / 进 43

教材拓展 2　利用导数解决极值点偏移问题 / 进 44

参考答案 / 115

第四章　数列

4.1　数列的概念

第 1 课时　数列的概念与通项公式

考点一　数列的概念

1. 下列说法中正确的是　(　　)

A. 数列的通项公式是唯一的

B. 每个数列都有通项公式

C. 数列可以看作一个定义在整数集上的函数

D. 数列的图象是坐标平面上有限或无限个离散的点

2. (多选题)下列说法中,不正确的是　(　　)

A. 数列 1,3,5,7 可表示为{1,3,5,7}

B. 数列 1,0,−1,−2 与数列−2,−1,0,1 是相同的数列

C. 数列的项可以相等

D. 数列 a,b,c 和数列 c,b,a 一定不是同一数列

3. 下列各式是数列的是________,是有穷数列的是________,是无穷数列的是________.(填序号)

①{1,3,5,7,9};②4,3,2,1,0;③所有无理数;④1,2,3,4,…;⑤2,2,2,2,2.

考点二　数列的通项公式

4. [2026·舟山五校联盟高二联考] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\begin{cases}-2, n\text{ 为奇数},\\ n^2+2, n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 则 $a_6-a_5=$　(　　)

A. 34　　B. 36　　C. 38　　D. 40

5. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\dfrac{1}{n(n+2)}(n\in\mathbf{N}^*)$,则$\dfrac{1}{120}$是这个数列的　(　　)

A. 第 8 项　　B. 第 9 项

C. 第 10 项　　D. 第 12 项

6. (多选题)[2026·江苏海安实验中学高二期中] 数列$\{a_n\}$的前两项依次为 3,−6,则其通项公式可以是　(　　)

A. $a_n=3n$

B. $a_n=3\cdot(-2)^{n-1}$

C. $a_n=-9n+12$

D. $a_n=\dfrac{(-1)^n(n+1)(n+2)}{2}$

7. [教材 P8 习题 4.1T3 变式] 观察下面数列的变化规律,用适当的数填空,并写出每个数列的一个通项公式.

(1)(　　),7,12,(　　),22,27,…;

(2)$-1,\frac{1}{2}$,(　　),$\frac{1}{4},-\frac{1}{5},\frac{1}{6}$,(　　),…;

(3)$1,\sqrt{2}$,(　　),$2,\sqrt{5}$,(　　),$\sqrt{7}$,…;

(4)$\frac{1}{1\times2},\frac{1}{2\times3}$,(　　),$\frac{1}{4\times5}$,….

考点三　数列的单调性及其应用

8. 已知 $n\in\mathbf{N}^*$,数列$\{a_n\}$是递增数列,则$\{a_n\}$的通项公式可以是　(　　)

A. $a_n=\dfrac{1}{n}$　　B. $a_n=1-2n$

C. $a_n=n^2$　　D. $a_n=\dfrac{1}{2^n}$

9. 函数 $f(x)$的定义域为$[1,+\infty)$,数列$\{a_n\}$满足 $a_n=f(n)$,则“函数 $f(x)$为减函数”是“数列$\{a_n\}$为递减数列”的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2n^2-11n+9$,则$\{a_n\}$中最小项的值为________.

素养提能篇

11. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论,主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理.该数列从第一项起依次是0,2,4,8,12,18,24,32,40,50,⋯,则该数列的第18项为 ( )

A. 200　　B. 162

C. 144　　D. 128

12. 在数列$\{a_n\}$中,已知$a_n=\dfrac{n+c}{n+1}(c\in\mathbf{R})$,则对于任意正整数$n$,下列结论正确的是 ( )

A. $a_n<a_{n+1}$

B. a_n与a_{n+1}的大小关系和c有关

C. $a_n>a_{n+1}$

D. a_n与a_{n+1}的大小关系和n有关

13. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的前5项依次为2,0,2,0,2,则下列可以作为数列$\{a_n\}$的通项公式的有 ( )

A. $a_n=\begin{cases}2,n\text{ 为奇数},\\0,n\text{ 为偶数}\end{cases}$　　B. $a_n=(-1)^n+1$

C. $a_n=2\left|\sin\dfrac{n\pi}{2}\right|$　　D. $a_n=4\left|\cos\dfrac{n\pi}{3}\right|$

14. [2026·云南曲靖一中高二期中]已知$a_n=n^2-tn+2025(n\in\mathbf{N}^*,t\in\mathbf{R})$,若数列$\{a_n\}$中最小项仅为第3项,则$t$的取值范围是________.

15. 根据下列数列$\{a_n\}$的通项公式,写出数列的前5项,并画出它们的图象.

(1)$a_n=\dfrac{n-1}{n}$;

(2)$a_n=(-1)^n$;

(3)$a_n=3-n$.

思维训练篇

16. (多选题)已知欧拉函数$\varphi(n)(n\in\mathbf{N}^*)$的函数值等于所有不超过正整数$n$且与$n$互质的正整数的个数.例如:$\varphi(1)=1,\varphi(4)=2$.设数列$\{a_n\}$中,$a_n=\varphi(n)(n\in\mathbf{N}^*)$,则 ( )

A. 数列$\{a_n\}$是递增数列

B. $\{a_n\}$前8项中的最大项为a_7

C. 当n为质数时,$a_n=n-1$

D. 当n为偶数时,$a_n=\dfrac{n}{2}$

17. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=(n+1)\left(\dfrac{9}{10}\right)^{n-1}$,试问数列$\{a_n\}$有没有最大项?若有,求出最大项和最大项的序号;若没有,说明理由.

第2课时　数列的递推公式与前 n 项和

考点一　数列的递推公式

1. 数列 $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\frac{1}{16},\cdots$ 的递推公式可以是　（　）

A. $a_n=\frac{1}{2^{n+1}}(n\in\mathbf{N}^*)$

B. $a_n=\frac{1}{2n}(n\in\mathbf{N}^*)$

C. $a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n(n\in\mathbf{N}^*)$

D. $a_{n+1}=2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$

2. [2026·重庆江北中学高二月考] 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=5,a_{n+1}=\begin{cases}3a_n+1, a_n\text{ 为奇数},\\ \frac{a_n}{2}, a_n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 则 $a_4=$　（　）

A. 8　　B. 4　　C. 2　　D. 1

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=n+1$，则 $a_3=$________.

4. (1)已知 $a_1=\frac{1}{2}$，$a_n=4a_{n-1}+1(n\geqslant2)$，写出数列 $\{a_n\}$ 的前5项；

(2)已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$，$a_n=2-\frac{1}{a_{n-1}}(n\geqslant2)$，写出它的前5项，并猜想它的通项公式.

考点二　数列的前 n 项和

5. [2026·天津河北区高二检测] 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=3n^2+n$，则 $a_7=$　（　）

A. 140　　B. 120

C. 40　　D. 50

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列 $\{a_n\}$ 的前5项和 $S_5=$　（　）

A. 31　　B. 45

C. 57　　D. 63

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2+n+1$，则 $a_8+a_9+a_{10}$ 的值为________.

考点三　由前 n 项和求通项

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=-2n^2+1$，则这个数列的通项公式为　（　）

A. $a_n=-4n+2$

B. $a_n=-3n+2$

C. $a_n=\begin{cases}-1, n=1,\\ -4n+2, n\geqslant2\end{cases}$

D. $a_n=\begin{cases}-1, n=1,\\ 3n+2, n\geqslant2\end{cases}$

9. (多选题)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{n}{n+1}$，则下列说法正确的是　（　）

A. $a_1=\frac{1}{2}$

B. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\frac{1}{n(n+1)}$

C. 数列 $\{a_n\}$ 为递减数列

D. 数列 $\{a_n\}$ 为递增数列

10. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_n=3^n-1$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=$________.

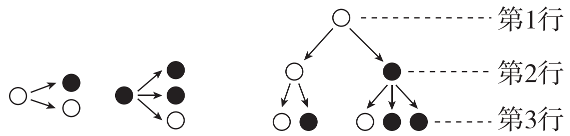
素养提能篇

11. [2026·邯郸名校联合体高二质检] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{2n}(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_n=$　（　）

A. $\frac{1}{n+1}$　　B. $\frac{1}{2n}$

C. $\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}$　　D. $\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n}$

12. [2026·梅州高二期末] 分形几何学是数学家伯努瓦·曼德尔布罗在 20 世纪 70 年代创立的一门新的数学学科，它的创立为解决众多传统科学领域的难题提供了全新的思路. 按照如图①所示的分形规律得到如图②所示的树形图，记图②中第 n 行白圈的个数为 a_n，黑圈的个数为 b_n，若 $a_m=89$，则 $b_m=$ ( )



① ②

A. 123　　B. 144

C. 178　　D. 199

13. (多选题)在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_n\cdot a_{n+1}=3^n$，$n\in\mathbf{N}^*$，则下列说法正确的是 ( )

A. $a_4=9$

B. $\frac{a_{n+2}}{a_n}$的值为常数

C. $a_{2n}-a_{2n-1}=2\times 3^n$

D. $a_{2n}+a_{2n-1}=4\times 3^{n-1}$

14. [2026·长沙高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_2+a_3=4$，且 $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}=9(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_{2026}=$________.

15. 设各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n^2-(n^2+n-3)S_n-3(n^2+n)=0$，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求 a_1 的值；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

思维训练篇

16. 意大利著名数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时，发现有这样一列数：1，1，2，3，5，…，其中从第三个数起，每个数等于它前面两个数的和，后来人们把这样的一列数组成的数列$\{a_n\}$称为"斐波那契数列". 关于数列$\{a_n\}$，下列结论正确的是 ( )

A. $a_7=21$

B. $2a_n=a_{n-2}+a_{n+2}(n\geqslant 3)$

C. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2025}=a_{2026}-1$

D. $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_{2025}^2=a_{2025}a_{2026}$

17. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=\frac{n^2+n}{2}$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若对任意的正整数 n，$\frac{b_1}{a_1}\cdot\frac{b_2}{a_2}\cdot\frac{b_3}{a_3}\cdot\cdots\cdot\frac{b_n}{a_n}=(n+1)^2$ 恒成立，求证：$b_n\geqslant 4$.

4.2　等差数列

4.2.1　等差数列的概念

第 1 课时　等差数列的概念与通项公式

考点一　等差数列的定义与判定

1. 数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n-3(n\in\mathbf{N}^*)$且$a_1=7$，则$a_3$的值是　(　　)

A. -3　　B. 4　　C. 1　　D. -2

2. (多选题)下列数列中是等差数列的是　(　　)

A. $a-d,a,a+d$

B. $2,4,6,8,\cdots,2(n-1),2n$

C. $a-2d,a-d,a+d,a+2d(d\neq0)$

D. $a_{n-1}=a_n-\frac{1}{2}(n\in\mathbf{N}^*,n>1)$

3. 设S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$S_n=2n^2-30n$.

(1)求a_1,a_2；

(2)证明$\{a_n\}$是等差数列.

考点二　等差中项

4. 已知$a=\sqrt{3}+\sqrt{2},b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$，则$a,b$的等差中项为　(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$　　D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

5. 若三个数$a,2a-1,4$成等差数列，则a的值为　(　　)

A. -1　　B. 1　　C. 2　　D. 5

6. 已知m和$2n$的等差中项是8，$2m$和n的等差中项是10，则m和n的等差中项是________.

考点三　等差数列的通项公式及应用

7. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=n-1$，则下列结论中正确的是　(　　)

A. 该数列是公差为-1的等差数列

B. 该数列的图象只能在第一象限

C. 该数列是有穷数列

D. 该数列的图象是直线$y=x-1$上满足$x\in\mathbf{N}^*$的点集

8. (多选题)在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_1+a_2+a_3=21$，则　(　　)

A. 公差为-4

B. $a_2=7$

C. 数列$\{a_n\}$为递增数列

D. $a_3+a_4+a_5=84$

9. [教材 P15 例 2 变式] -401是等差数列$-5,-9,-13,\cdots$的第________项.

10. 将数列$\{2n-1\}$与$\{3n+1\}$的所有公共项从小到大排列形成一个新的数列$\{a_n\}$，则$a_n=$________.

素养提能篇

11. 已知△ABC的三个内角A,B,C成等差数列，则$2A+B+2C$的值为　(　　)

A. $\frac{5\pi}{4}$　　B. $\frac{4\pi}{3}$　　C. $\frac{5\pi}{3}$　　D. 2π

12. 设$\{a_n\}$是公差不为0的无穷等差数列，则“$\{a_n\}$为递减数列”是“存在正整数N_0，当$n>N_0$时，$a_n<0$恒成立”的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

13. (多选题)对于数列$\{a_n\}$,若$a_1=1$,$a_4=2$,$a_{n+2}=a_n+2(n\in\mathbf{N}^*)$,则下列说法正确的是 ( )

A. $a_2=0$

B. 数列$\{a_n\}$是递增数列

C. 数列$\{a_{2n-1}\}$是等差数列

D. 数列$\{a_n+a_{n+1}\}$是等差数列

14. 已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=\frac{1}{3}$,且满足$a_{n+1}=\frac{a_n}{4a_n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,则$a_{20}$的值为________.

15. (1)已知数列$\{a_n\}$是公差为2的等差数列,且a_3是a_1与9的等差中项,求$\{a_n\}$的通项公式.

(2)已知等差数列$\{a_n\}$的前三项依次为$a-1$,$a+1$,$2a+3$,求$\{a_n\}$的通项公式.

(3)已知数列$\{a_n\}$满足$2a_{n+1}=a_{n+2}+a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,且$a_3+a_7=20$,$a_2+a_5=14$,求$\{a_n\}$的通项公式.

思维训练篇

16. 若关于x的方程$(x^2-4x+m)(x^2-4x+n)=0$的四个根组成一个首项为$\frac{1}{2}$的等差数列,则$|m-n|=$ ( )

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{4}$

C. 2

D. $\frac{5}{2}$

17. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=3$,$a_{n+1}=3-\frac{4}{a_n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,设数列$b_n=\frac{1}{a_n-1}$.

(1)求证:数列$\{b_n\}$为等差数列;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

第 2 课时　等差数列的性质与应用

考点一　等差数列的性质及应用

1. [2026·衢州高二质检] 已知数列$\{a_n\}$为等差数列,$a_4+a_7=15$,$a_6=6$,则 $a_5=$　(　　)

A. 3　　B. 6　　C. 9　　D. 12

2. 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_4+a_{19}=6$,则 $a_3+a_{13}=$　(　　)

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

3. 已知某等差数列共有 10 项,其奇数项之和为 15,偶数项之和为 30,则其公差 d 为　(　　)

A. 5　　B. 4

C. 3　　D. 2

4. [2026·菏泽高二检测] 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1+3a_8+a_{15}=60$,则 $2a_9-a_{10}$ 的值为________.

5. 已知在等差数列$\{a_n\}$中,$a_3+a_8+a_{13}=12$,$a_3a_8a_{13}=28$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 a_{23} 的值.

考点二　等差数列的构造

6. 已知等差数列$\{a_n\}$:1,0,-1,-2,…;等差数列$\{b_n\}$:0,20,40,60,….则数列$\{a_n+b_n\}$是　(　　)

A. 公差为-1的等差数列

B. 公差为 20 的等差数列

C. 公差为-20的等差数列

D. 公差为 19 的等差数列

7. (多选题)若 a,b,c(a,b,c 均不为 0)是等差数列,则下列说法正确的是　(　　)

A. a^2,b^2,c^2 一定成等差数列

B. $2^a,2^b,2^c$ 可能成等差数列

C. $ka+2,kb+2,kc+2$ 一定成等差数列

D. $\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c}$可能成等差数列

8. [2026·长沙明德中学高二期中] 已知等差数列$-2,1,4,7,10,\cdots$,在其每相邻两项之间插入一个数,使之成为一个新的等差数列$\{a_n\}$,则数列$\{a_n\}$的第 23 项为________.

考点三　等差数列的实际应用

9. 某幼儿园老师为了奖励舞蹈比赛成绩前 4 名的小朋友,将购买的 64 块巧克力分给她们,使每人所得巧克力的块数成等差数列,且使较多的两份巧克力的块数之和是最少的一份巧克力的块数的 12 倍,则分得巧克力块数最多的小朋友得到　(　　)

A. 22 块　　B. 24 块

C. 28 块　　D. 36 块

10. 某公司购置了一台价值为 230 万元的设备,随着设备在使用过程中老化,其价值会逐年减少.经验表明,每经过一年其价值就会减少 20 万元,设备使用 n 年后,其价值将低于购进价值的 5%,设备将报废,则 n 的最小值为　(　　)

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

素养提能篇

11. [2026·福建同安一中高二期末] 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,若数列$\{a_n+a_{n+1}\}$是公差为 2 的等差数列,则 $a_{15}=$　(　　)

A. 36　　B. 32　　C. 20　　D. 16

12. 某学校的学术报告厅共有 15 排座位，其中前六排满足从第二排起每排比前一排多 2 个座位；第七排至最后一排满足每排比前一排少 1 个座位（第七排比第六排少 1 个座位）. 已知第一排有 16 个座位，则最后一排的座位数为 ( )

A. 16　　B. 17

C. 18　　D. 19

13. (多选题)设公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2=5$，$a_6+a_8=30$，则下列说法正确的是 ( )

A. $a_n=2n+1$

B. $d=2$

C. $\{a_{2n-1}\}$ 不是等差数列

D. $\frac{1}{a_n^2-1}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

14. 已知数列 $\{\log_3 a_n\}$ 是等差数列，若 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=10$，则 $a_5a_6=$________.

15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=4$，$a_6=16$.

(1)证明：数列 $\left\{\frac{1}{3}a_n-3n\right\}$ 是公差为 -2 的等差数列；

(2)若在数列 $\{a_n\}$ 的每相邻两项之间插入三个数，使得新数列也是一个等差数列，求新数列的第 41 项.

思维训练篇

16. (多选题)《莱因德纸草书》是世界上最古老的数学著作之一. 书中有如下问题：把 100 个面包分给 5 个人，每人分得面包的个数均为正整数且构成等差数列，则 ( )

A. 5 人中必有一人分得 20 个面包

B. 5 人中若有一人分得 16 个面包，则必有一人分得 24 个面包

C. 若面包个数较多的三份之和是较少两份之和的 3 倍，则分得面包最少的一人分得 10 个面包

D. 某人最多分得 36 个面包

17. 对于无穷数列 $\{c_n\}$，若对任意 $m,t\in\mathbf{N}^*$，$m\neq t$，存在 $k\in\mathbf{N}^*$，使得 $c_m+c_t=c_k$ 成立，则称 $\{c_n\}$ 为“G 数列”.

(1)若数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=2n$，试判断数列 $\{b_n\}$ 是否为“G 数列”，并说明理由；

(2)已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，若 $\{a_n\}$ 是“G 数列”，$a_1=8$，$a_2\in\mathbf{N}^*$，且 $a_2>a_1$，求 a_2 的所有可能取值.

4.2.2　等差数列的前 n 项和公式

第 1 课时　等差数列的前 n 项和公式与性质

考点一　等差数列前 n 项和的基本运算

1. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，且 $a_{n+1}-a_n=2(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列$\{a_n\}$的前 10 项和 $S_{10}=$　（　　）

A. 99　　B. 100

C. 101　　D. 102

2. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_4=1$，$S_9=27$，则公差 $d=$　（　　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

3. [2026·深圳南山区高二期末] 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $S_4=30$，且 $a_3+a_5=24$，则 $a_6=$　（　　）

A. 12　B. 15　C. 18　D. 21

4. (多选题)[2026·四川达州高二质检] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_7=28$，且 $a_1+a_5+a_9=15$，则　（　　）

A. $a_1=2$　　B. $d=1$

C. $a_{2n}=2a_n$　　D. $S_4=4S_2$

5. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_4=S_5=10$，则 $a_4=$________.

6. [2026·福州高二检测] 记等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_3+3a_6=42$.

(1)求 a_4；

(2)若$\{a_n\}$的公差为 2，求 S_n.

考点二　等差数列前 n 项和的性质及应用

7. 在等差数列$\{a_n\}$中，S_n 是其前 n 项和. 若 $a_7+a_9=32$，则 $S_{15}=$　（　　）

A. 480　　B. 120

C. 160　　D. 240

8. [2026·广东惠州一中高二期末] 若两个等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前 n 项和分别是 S_n 和 T_n，已知 $\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{2n}{n+3}$，则 $\dfrac{a_5}{b_7}=$　（　　）

A. $\dfrac{21}{8}$　B. $\dfrac{9}{16}$　C. $\dfrac{27}{8}$　D. $\dfrac{9}{8}$

9. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，其前 n 项和为 S_n，若 $\dfrac{S_8}{8}-\dfrac{S_6}{6}=2$，则 S_{10} 等于　（　　）

A. 10　　B. 100

C. 110　　D. 120

10. (多选题)[2026·江苏苏州实验中学高二月考] 等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_3=18$，$S_9=108$，则　（　　）

A. 数列$\{a_n\}$的公差为 2

B. $a_5=2a_2$

C. $S_6=4S_3$

D. $\dfrac{S_{n+1}}{n+1}-\dfrac{S_n}{n}=2$

11. [教材 P23T5 变式] 等差数列$\{a_n\}$共有 $2n+1$ 项，所有的奇数项之和为 132，所有的偶数项之和为 120，则 $n=$________.

素养提能篇

12. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_4=6$，$S_6=6S_2$，则 $S_2=$　（　　）

A. $\dfrac{3}{2}$　　B. $\dfrac{12}{7}$

C. 2　　D. 3

13. 已知公差为 d 的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_{10}<S_9<S_{11}$，则下列说法不正确的是　（　　）

A. $d>0$　　B. $a_1<0$

C. $S_{20}>0$　　D. $S_{21}<0$

14. (多选题)[2026·黑龙江大庆实验中学高二期末] 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$均为等差数列,记数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n,T_n,则下列说法中正确的有 ( )

A. 若$a_2+b_2=7$,$a_8+b_8=11$,则$a_5+b_5=9$

B. 若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{n+1}{3n-1}$,则$\frac{a_5}{b_3+b_7}=\frac{5}{26}$

C. 若$S_3=S_9=6$,则$S_{12}=6$

D. 若$\frac{T_{99}}{99}-\frac{T_{97}}{97}=2$,则数列$\{b_n\}$的公差为2

15. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=n^2-12n$.

(1)求证:$\{a_n\}$是等差数列;

(2)求数列$\{|a_n|\}$的前n项和T_n.

思维训练篇

16. 若数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$满足$a_1=a_2=1$,$b_n=a_{n+1}-2n+3$,$b_{n+1}=a_n-2n+5$,则数列$\{a_n+b_n\}$的前50项和为 ( )

A. 2500　　B. 2550

C. 2600　　D. 2650

17. 已知各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$S_n=\frac{1}{4}(a_n+1)^2$.

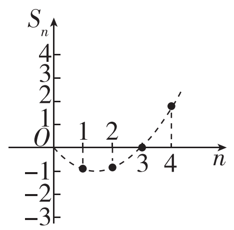
(1)求a_n,S_n;

(2)求$\frac{2S_n+6}{a_n+3}$的最小值.

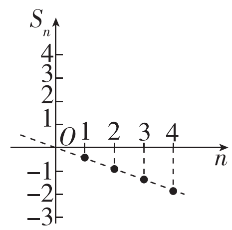
第 2 课时　等差数列前 n 项和的最值与实际应用

考点一　等差数列前 n 项和的函数性质

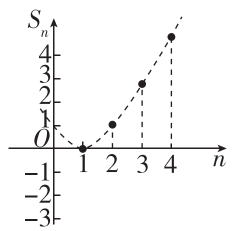
1. [2026·湖南师大附中高二期中] 已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，则下列选项中不可能是 S_n 所对应的图象的是　　(　　)



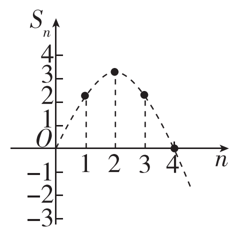
A



B



C



D

2. (多选题)[2026·浙江舟山高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，前 n 项和为 S_n，则下列说法正确的有　　(　　)

A. 若 $d>0$，则数列$\{a_n\}$一定是递增数列

B. 若 $a_1=5$，$d=-2$，则 $a_4=-1$

C. S_n 一定是关于 n 的二次函数

D. 若 $a_3+a_5=10$，则 $a_4=5$

3. 数列$\{a_n\}$为等差数列，它的前 n 项和为 S_n，若 $S_n=(n+2)^2+\lambda$，则 λ 的值是________.

考点二　等差数列前 n 项和的最值

4. 已知等差数列$\{a_n\}$是无穷数列，若 $a_1<a_2<0$，则数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n　　(　　)

A. 无最大值，有最小值

B. 有最大值，无最小值

C. 有最大值，有最小值

D. 无最大值，无最小值

5. 设 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_2=-33$，$a_{20}=3$，则 S_n 的最小值为　　(　　)

A. -316　　B. -324

C. -360　　D. -368

6. (多选题)设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_1>0$，$S_8=S_{11}$，则下列说法正确的是　　(　　)

A. S_9 是 S_n 唯一的最大值

B. S_{10} 是 S_n 的最大值

C. $S_{19}=0$

D. $a_{10}=0$

7. 在等差数列$\{a_n\}$中，若$\dfrac{a_9}{a_8}<-1$，且前 n 项和 S_n 有最大值，则当 S_n 取得最大值时 n 的值为________.

考点三　等差数列前 n 项和的实际应用

8. 一个屋顶的某一个斜面呈等腰梯形，最上面一层铺了 21 块瓦片，往下每一层比上一层多铺一块瓦片，斜面上铺了 20 层瓦片，则该斜面上所铺瓦片的总块数为　　(　　)

A. 420　　B. 630　　C. 610　　D. 620

9. [2026·聊城高二期末] 春节贴春联是中华民族传统习俗，某手工春联作坊从腊月廿一开始每日量产春联，每日比前一日多产出 5 副，腊月廿一至腊月廿九不间断生产，累计产出春联 360 副，则腊月廿七产出的春联为________副.

10. 某体育场观众席位初始设有座位 3006 个，共计 9 排，自第二排起，每一排的座位数均比前一排多 3 个. 后来因某赛事热度急剧攀升，需对观众席进行改造. 改造内容包括每一排增加相同数量的座位，以及从最后一排向外扩充座位的排数. 由于场地限制，具体改造方案为：①在原有座位的基础上，每一排均增加 m ($m\in\mathbf{N}^*$)个座位；②在原有 9 排座位的基础上，从最后一排向外扩充 3 排(即改造后共 12 排座位)，且扩充的每一排座位数仍保持比前一排多 3 个的规律.

(1)该体育场观众席第一排原有多少个座位？

(2)若要求改造后的总座位数不少于 4200 个，求 m 的最小值.

素养提能篇

11. 已知公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$中,$a_1>0$,$|a_2|=|a_{10}|$,则使其前 n 项和S_n 取得最大值的正整数 n 的值为 ( )

A. 11 或 12　　B. 6 或 7

C. 10 或 11　　D. 5 或 6

12. 某飞行器发射 1 min 后通过的路程为 2 km,以后每分钟通过的路程增加 2 km,若通过的总路程为 240 km,则这一过程需要的时间是 ( )

A. 12 min　　B. 13 min

C. 14 min　　D. 15 min

13. (多选题)[2026·衡阳高二期末] 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,公差为 d,若 $S_8>S_2$,$S_{11}<0$,则下列结论正确的是 ( )

A. $d<0$

B. 当 $n=5$ 时,S_n 取得最大值

C. $|a_5|<|a_6|$

D. 数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$为等差数列并且与数列$\{a_n\}$具有相同的单调性

14. 某公司计划今年年初用 196 万元引进一条永磁电机生产线,第一年需要安装、人工等费用 24 万元,从第二年起,包括人工、维修等费用每年所需费用比上一年增加 8 万元,该生产线每年年产值保持在 100 万元,则引进该生产线后总盈利的最大值为________万元.

15. 已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,$a_2+a_5=-101$,$S_5=-260$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 S_n 的最值;

(3)求数列$\{|a_n|\}$的前 n 项和.

思维训练篇

16. (多选题)设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $S_8=S_{12}$,且$(n+1)S_n<nS_{n+1}$,则 ( )

A. 数列$\{a_n\}$为递增数列

B. S_{10} 和 S_{11} 均为 S_n 的最小值

C. 存在正整数 k,使得 $S_k=0$

D. 存在正整数 m,使得 $S_m=S_{3m}$

17. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 d,且 $d\neq0$,设 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,数列$\{b_n\}$满足 $b_n=4S_n-2n(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)若 $a_1=-1$,$d=1$,且 $b_n<a_n$,求 n 的所有可能取值;

(2)若数列$\{\sqrt{b_n}\}$也是公差为 d 的等差数列,求数列$\{(-1)^nb_n\}$的前 n 项和 T_n.

滚动习题（一）［范围：4.1～4.2］

（时间：45 分钟　分值：105 分）

一、选择题：本题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2^n+1$，则 17 是这个数列的　（　）

A. 第 3 项　　B. 第 4 项　　C. 第 5 项　　D. 第 6 项

2. ［2026·常德高二期末］已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{1}{2}$，$a_{n+1}=1+\frac{1}{a_n}$，则 $a_2a_3a_4a_5=$　（　）

A. 11　　B. 9　　C. 8　　D. 7

3. 在等差数列$\{a_n\}$中，已知公差 $d=-2$，$a_8=4$，则 $a_2=$　（　）

A. 16　　B. 14　　C. -6　　D. -8

4. 设数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{kn-1}{n+2}$，若数列$\{a_n\}$是递减数列，则实数 k 的取值范围为　（　）

A. $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$

5. ［2026·重庆八中高二检测］设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_1=4$，$S_5\geqslant S_4\geqslant S_6$，则公差 d 的取值范围是　（　）

A. $\left[-1,-\frac{8}{9}\right]$　　B. $\left[-1,-\frac{4}{5}\right]$

C. $\left[-\frac{8}{9},-\frac{4}{5}\right]$　　D. $[-1,0]$

6. ［2026·舟山高二期末］已知数列$\{a_n\}$为等差数列，且满足 $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$，数列$\{b_n\}$满足 $b_1=2$，且数列$\{a_nb_n\}$的前 n 项和 $T_n=(3n-4)\cdot 2^{n+1}+8$，则数列$\{b_n\}$的通项公式为　（　）

A. $b_n=2n$　　B. $b_n=2^{2n-1}$

C. $b_n=n+1$　　D. $b_n=2^n$

7. ［2026·武汉洪山高级中学高二期末］若数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n-\frac{100}{n}$，则 $|a_1-a_2|+|a_2-a_3|+|a_3-a_4|+\cdots+|a_{99}-a_{100}|=$　（　）

A. 162　　B. 182

C. 198　　D. 242

二、选择题：本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

8. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n-a_n=n^2-n$，则下列结论正确的是　（　）

A. $a_n=2n$　　B. $a_n=n$

C. $S_n=n(n+1)$　　D. $S_n=\frac{n(n-1)}{2}$

9. ［2026·安庆高二检测］已知等差数列$\{a_n\}$中，首项 $a_1>0$，前 n 项和为 S_n，且 $S_7=S_8$，公差为 d，则下列结论正确的有　（　）

A. $a_8=0$，且使得 $S_n>0$ 成立的正整数 n 的最大值为 15

B. 若 $a_1=14$，则数列$\{|a_n|\}$的前 7 项和与前 8 项和相等

C. 若对任意正整数 n，都有 $S_n\leqslant\lambda\cdot 2^n$ 恒成立，则 $\lambda\geqslant\frac{49}{4}$

D. 数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$是公差为$\frac{d}{2}$的等差数列

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

10. 等差数列$\{a_n\}$与等差数列$\{b_n\}$的前 n 项和分别是 S_n 和 T_n，已知 $a_n:b_n=(2n+1):(3n-2)$，则$\frac{S_9}{T_9}=$________．

11. 有一个卷筒纸，其内圆直径为 4 cm，外圆直径为 12 cm，一共卷了 60 层，若把各层都视为一个同心圆，π 取 3.14，则这个卷筒纸的长度约为________ m(精确到个位)．

12. ［2026·石家庄一中高二期末］已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=1$，$a_2=3$，$a_na_{n+1}a_{n+2}=\frac{6}{11}(a_na_{n+1}+a_na_{n+2}+a_{n+1}a_{n+2})$，则 $S_{22}=$________．

四、解答题：本题共 3 小题，共 43 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (13 分)[2026·清远华侨中学高二月考] 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{1+3a_n}$.

(1)求 a_2，a_3 的值；

(2)证明数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$是等差数列，并求数列$\{a_n\}$的通项公式.

14. (15 分)[2026·邯郸高二联考] 已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$S_3=-30$，$S_6=-42$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求 S_n 的最值；

(3)设 $b_n=\frac{S_n}{n}$，求数列$\{|b_n|\}$的前 20 项和.

15. (15 分)[2026·菏泽高二检测] 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=2n^2+n(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

(2)在 a_n 与 a_{n+1} 之间插入 n 个数，使这 $n+2$ 个数组成一个公差为 d_n 的等差数列，在数列$\{d_n\}$中是否存在不同的三项 d_m，d_k，d_p(其中 m，k，p 成等差数列)仍然成等差数列？若存在，求出这样的三项；若不存在，请说明理由.

4.3 等比数列

4.3.1 等比数列的概念

第 1 课时 等比数列的概念与通项公式

考点一 等比数列的定义

1. (多选题)下列说法正确的有 ( )

A. 等比数列中的项不能为 0

B. 等比数列的公比的取值范围是 **R**

C. 若一个常数列是等比数列,则公比为 1

D. $2^2,4^2,6^2,8^2,\cdots$成等比数列

2. [教材 P31T1 变式] 判断下列数列是否为等比数列.如果是,写出它的公比.

(1)$1,3,3^2,3^3,\cdots,3^{n-1},\cdots$;

(2)$-1,1,2,4,8,\cdots$;

(3)$a,-a,a,-a,\cdots$.

考点二 等比数列的通项公式、基本运算与等比中项

3. 数列 $1,-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{4},\cdots$的一个通项公式为 ( )

A. $a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

B. $a_n=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$

C. $a_n=(-1)^n\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$

D. $a_n=(-1)^{n+1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$

4. [2026·南京高二期末] 已知数列$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列,$3a_1=2a_2+a_3$,则公比 $q=$ ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. [2026·安徽天一大联考高二开学考] 在等比数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_2+a_3=\frac{7}{2}$,$a_2+a_3+a_4=7$,则 $a_1=$________.

6. [2026·郑州中学高二期末] 已知 $a=5+2\sqrt{6}$,$c=5-2\sqrt{6}$,若 a,b,c 三个数成等比数列,则 $b=$ ( )

A. 5　　B. 1

C. -1　　D. -1 或 1

7. 在等比数列$\{a_n\}$中,$a_1=\frac{1}{8}$,$q=2$,则 a_4 与 a_8 的等比中项是 ( )

A. ±4　　B. 4

C. -2　　D. -4

考点三 等比数列的函数特征

8. 设等比数列$\{a_n\}$的公比为 q,则“$a_1>0$ 且 $0<q<1$”是“$\{a_n\}$是递减数列”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

9. 在等比数列$\{a_n\}$中,首项 $a_1<0$,若对任意正整数 n,都有 $a_{n+1}>a_n$,则公比 q 的取值范围是 ( )

A. $q>1$　　B. $0<q<1$

C. $\frac{1}{2}<q<1$　　D. $-1<q<0$

考点四 等比数列的证明

10. [2026·无锡高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=-1$,$2a_{n+1}+a_n=0$,若 $a_n=\frac{1}{32}$,则 $n=$ ( )

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

11. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_{n+1}=4a_n-6$.

(1)证明：$\{a_n-2\}$为等比数列；

(2)求$\{a_n\}$的通项公式.

素养提能篇

12. 已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$的前 4 项和为 30，且 $a_4=3a_2+2a_1$，则 $a_3=$ ( )

A. 1　　B. 2

C. 4　　D. 8

13. 已知等比数列$\{a_n\}$满足 $a_1a_2=1$，则下列说法正确的是 ( )

A. 若 $a_1>1$，则数列$\{a_n\}$是递增数列

B. 若 $0<a_1<1$，则数列$\{a_n\}$是递减数列

C. 若 $-1<a_1<0$，则数列$\{a_n\}$是递增数列

D. 若 $a_1<-1$，则数列$\{a_n\}$是递增数列

14. (多选题)在公比为 q 的等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=1$，$a_2\cdot a_8=16$，则下列说法正确的是 ( )

A. $a_5=\pm4$

B. $\{a_na_{n+1}\}$的公比为 4

C. 当 $q>0$ 时，$\{a_n\}$的前 20 项积为 2^{150}

D. 当 $q>0$ 时，数列$\{\lg a_n\}$是公差为 2 的等差数列

15. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_n=\dfrac{4a_{n+1}}{2-a_{n+1}}$.

(1)证明：数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}+\dfrac{1}{2}\right\}$为等比数列；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

思维训练篇

16. (多选题)对于无穷数列$\{a_n\}$，下列说法中正确的是 ( )

A. 若$\{a_n\}$既是等差数列又是等比数列，则$\{a_n\}$是常数列

B. 若等差数列$\{a_n\}$满足$|a_n|\leqslant2025$，则$\{a_n\}$是常数列

C. 若等比数列$\{a_n\}$满足$|a_n|\leqslant2025$，则$\{a_n\}$是常数列

D. 若各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$满足 $1\leqslant a_n\leqslant2025$，则$\{a_n\}$是常数列

17. 对于给定的数列$\{c_n\}$，如果存在实常数 p，q，使得 $c_{n+1}=pc_n+q$ 对于任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 都成立，那么我们称数列$\{c_n\}$是“优美数列”.

(1)若 $a_n=2n$，$b_n=3\cdot2^n$，$n\in\mathbf{N}^*$，则数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$是否为“优美数列”？若是，指出对应的实常数 p，q；若不是，请说明理由.

(2)已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=2$，$a_n+a_{n+1}=3\cdot2^n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，若数列$\{a_n\}$是“优美数列”，求数列$\{a_n\}$的通项公式.